

ØKINTRO

Blok 2 – 2021/2022

Navn: Magnus Goltermann

Hold/instruktor: Hold 08 (Amalie)

Obligatorisk Opgave nr.: 2

Jeg erklærer hermed, at jeg selv har udarbejdet denne besvarelse

<u>21/12-2021</u>	<u>Magnus Goltermann</u>
Dato	Navn

Forbeholdt instruktør:

	Bestået	Ikke-bestået
Første aflevering		
Gen-aflevering		

Københavns Universitet
Morten Olsen

Opgave 1

1.1

$D(p) = q = B - \alpha p$. Pris elasticiteten kan udregnes ved

$$\epsilon = \frac{p}{q} \frac{\partial q}{\partial p}$$

$$\frac{\partial q}{\partial p} = -\alpha$$

$$\epsilon = \frac{-\alpha p}{B - \alpha p}$$

1.2

Sætter $\epsilon = -1$ og isolerer for p :

$$-1 = \frac{-\alpha p}{B - \alpha p} \iff \alpha p = B - \alpha p \iff 2\alpha p = B \iff p = \frac{B}{2\alpha}$$

Sætter den fundne pris ind i efterspørgselsfunktionen:

$$D\left(\frac{B}{2\alpha}\right) = B - \alpha \frac{B}{2\alpha} = B - \frac{B}{2} = \frac{B}{2}$$

Dvs. markedet har en efterspørgsel på $\frac{B}{2}$ ved en elasticitet på -1

1.3

Den optimale pris, må være ved $MC = MR$, først bestemmes MR:

$$D(p) = q = B - \alpha p \iff p = \frac{B - q}{\alpha}$$

$$R = p \cdot q \iff R = \frac{B - q}{\alpha} \cdot q = \frac{Bq - q^2}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} Bq - \frac{1}{\alpha} q^2$$

$$MR = \frac{\partial R}{\partial q} = \frac{B}{\alpha} - \frac{2}{\alpha} q$$

Herefter vides det, at $MC = c$, da produktionsomkostningerne givet i opgaven er netop c , hvorefter $MC = MR$, hvor q kan isoleres og substitueres tilbage i efterspørgselsfunktionen for at bestemme p :

$$MC = MR \iff c = \frac{B}{\alpha} - \frac{2}{\alpha} q \iff 2q = B - \alpha c \iff q = \frac{B - \alpha c}{2}$$

$$p^* = \frac{B - q}{\alpha} \iff \frac{B - \left(\frac{B - \alpha c}{2}\right)}{\alpha} = \frac{B}{\alpha} - \frac{B - \alpha c}{2\alpha} = \frac{B + \alpha c}{2\alpha}$$

Dvs. den optimale pris er ved $p^* = \frac{B+\alpha c}{2\alpha}$.
 Priselasticiteten ved den optimale pris:

$$\epsilon = \frac{-\alpha p^*}{B - \alpha p^*} = \frac{-\alpha \frac{B+\alpha c}{2\alpha}}{B - \alpha \frac{B+\alpha c}{2\alpha}} = -\frac{\frac{B+\alpha c}{2}}{\frac{B-\alpha c}{2}} = -\frac{B + \alpha c}{B - \alpha c}$$

Da $B, \alpha, c > 0$ må den absolutte værdi af ϵ også være over 1

$$| -\frac{B + \alpha c}{B - \alpha c} | > 1$$

For at bestemme hvordan den optimale pris afhænger af α , kan der kigges på hvad der sker når α ændres marginalt:

$$\frac{\partial p^*}{\partial \alpha} = \frac{c2\alpha - (B + \alpha c)2}{(2\alpha)^2} = \frac{-2B}{4\alpha^2} = \frac{-B}{2\alpha^2}$$

Det ses, at jo større α bliver, desto hurtigere falder den optimale pris og omvendt desto mindre α bliver, desto langsommere falder den optimale pris.

Opgave 2

2.1

Nyttefunktionen $u(c, l) = c - \frac{\eta}{\eta+1}(24-l)^{\frac{\eta+1}{\eta}}$. Budgetbetingelse ved pålæggelse af indkomstskat på $(1-t)$:

$$c \cdot p + l \cdot \omega(1-t) = 24 \cdot \omega(1-t)$$

Isolerer herefter c , da det er den vi vil maksimere:

$$cp = 24 \cdot \omega(1-t) - l \cdot \omega(1-t) \iff c = \frac{24 \cdot \omega(1-t) - l \cdot \omega(1-t)}{p} \iff c = \frac{\omega(1-t)}{p}(24-l)$$

Benytter lagrange for at løse $Max_{c,l} c - \frac{\eta}{\eta+1}(24-l)^{\frac{\eta+1}{\eta}}$ s.t. $pc + \omega(1-t)l = 24\omega(1-t)$, ved først at differentiere ift. l og c :

$$L = c - \frac{\eta}{\eta+1}(24-l)^{\frac{\eta+1}{\eta}} - \lambda(pc + \omega(1-t)l - 24\omega(1-t))$$

$$\frac{\partial L}{\partial c} = 1 - \lambda p = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial l} = 0 - \left(-\frac{\eta(\eta+1)(-l+24)^{\frac{1}{\eta}}}{\eta(\eta+1)} \right) - \lambda\omega(1-t) = (24-l)^{\frac{1}{\eta}} - \lambda\omega(1-t) = 0$$

$$\frac{\frac{\partial L}{\partial l}}{\frac{\partial L}{\partial c}} = \frac{(24-l)^{\frac{1}{\eta}} - \lambda\omega(1-t)}{1 - \lambda p} \iff \frac{(24-l)^{\frac{1}{\eta}}}{1} = \frac{\lambda\omega(1-t)}{\lambda p} \iff (24-l)^{\frac{1}{\eta}} = \frac{\omega(1-t)}{p}$$

Kan nu isolere det ovenstående udtryk for l for at bestemme l^* :

$$(24-l)^{\frac{1}{\eta}} = \frac{\omega(1-t)}{p} \iff (24-l)^{\frac{1}{\eta}\eta} = \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} \iff 24-l = \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} \iff$$

$$l = 24 - \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} = l^*$$

Da l^* nu er bestemt, kan c^* også bestemmes, da det vides, at l^* er den optimale mængde at bruge på fritid, kan vi finde det antal timer hun vil bruge på arbejde ved at finde differencen mellem timer på et døgn og l^* :

$$c^* = 24 - l^* = 24 - \left(24 - \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta}\right) = \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta}$$

Herefter kan skatteprovenuet beregnes ved

$$\pi = c^* \cdot w \cdot t = \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} wt$$

Herefter kan $Max_{\pi} \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} wt$ løses ved at differentiere ift. t og sætte det lig 0:

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} w + \eta \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta-1} wt \left(-\frac{w}{p}\right) = 0 \iff$$

$$\left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta} = \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta-1} \left(\frac{wt\eta}{p}\right) \iff \frac{\left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta}}{\left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta-1}} = \frac{wt\eta}{p} \iff$$

$$\left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta-(\eta-1)} = \frac{wt\eta}{p} \iff \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^1 = \frac{wt\eta}{p} \iff$$

$$\omega(1-t) = wt\eta \iff 1-t = t\eta \iff t = \frac{1}{\eta+1}$$

Dvs. skatten skal sættes til $\frac{1}{\eta+1}$ for at opnå den højeste skatteprovenuet.

2.2

Det er fra opgaven givet at

$$\bar{u} > \frac{1}{\eta+1} \left(\frac{\eta}{1+\eta} \frac{\omega}{p}\right)^{\eta+1}$$

Da skal det vises, at den maksimale nytte for James er lavere eller lig $\frac{1}{\eta+1} \left(\frac{\eta}{1+\eta} \frac{\omega}{p}\right)^{\eta+1}$:

$$\frac{1}{\eta+1} \left(\frac{\eta}{1+\eta} \frac{\omega}{p}\right)^{\eta+1} \geq c - \frac{\eta}{\eta+1} (24-l)^{\frac{\eta+1}{\eta}}$$

Fra tidligere opgave vides det:

$$l = 24 - \left(\frac{\omega(1-t)}{p}\right)^{\eta}$$

$$c = \frac{\omega(1-t)}{p}(24-l)$$

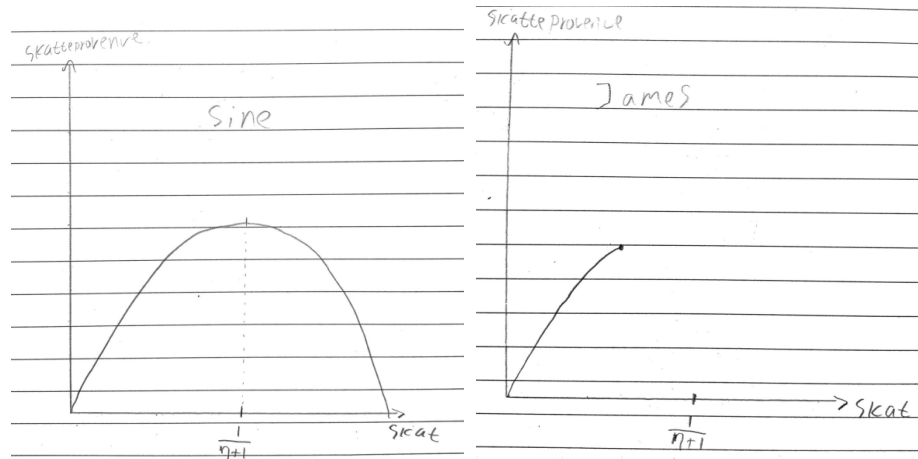
$$t = \frac{1}{\eta+1}$$

Som kan sættes ind i nyttefunktionen og reduceres:

$$\begin{aligned} u(c, l) &= c - \frac{\eta}{\eta+1}(24-l)^{\frac{\eta+1}{\eta}} = \left(\frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p}(24-l) \right) - \frac{\eta}{\eta+1} \left(24 - \left(24 - \left(\frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p} \right)^\eta \right) \right)^{\frac{\eta+1}{\eta}} = \\ &= \frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p}(24-l) - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p} \right)^\eta = \\ &= \frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p}(24-l) - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p} \right)^{\frac{\eta+1}{\eta}} = \\ &= \frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p}(24-l) - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega(1-(\frac{1}{\eta+1}))}{p} \right)^{\eta+1} = \\ &= \frac{\omega(\frac{\eta+1}{\eta+1} - \frac{1}{\eta+1})}{p}(24-l) - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega(\frac{\eta+1}{\eta+1} - \frac{1}{\eta+1})}{p} \right)^{\eta+1} = \\ &= \frac{\omega(\frac{\eta}{\eta+1})}{p}(24 - (24 - (\frac{\omega(1-t)}{p})^\eta)) - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega(\frac{\eta}{\eta+1})}{p} \right)^{\eta+1} = \\ &= \frac{\omega(\frac{\eta}{\eta+1})}{p} \left(\frac{\omega(\frac{\eta}{\eta+1})}{p} \right)^\eta - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega(\frac{\eta}{\eta+1})}{p} \right)^{\eta+1} = \left(\frac{\omega}{p} \right)^{\eta+1} - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega}{p} \right)^{\eta+1} = \\ &= \left(\frac{\omega}{p} \cdot \frac{\eta}{\eta+1} \right)^{\eta+1} - \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{\omega}{p} \cdot \frac{\eta}{\eta+1} \right)^{\eta+1} = \\ &= \frac{(\eta+1)(\frac{\omega}{p} \cdot \frac{\eta}{\eta+1})^{\eta+1}}{\eta+1} - \frac{\eta(\frac{\omega}{p} \cdot \frac{\eta}{\eta+1})^{\eta+1}}{\eta+1} = \frac{(\frac{\omega}{p} \cdot \frac{\eta}{\eta+1})^{\eta+1}}{\eta+1} = \frac{1}{\eta+1} \left(\frac{\eta}{1+\eta} \frac{\omega}{p} \right)^{\eta+1} \end{aligned}$$

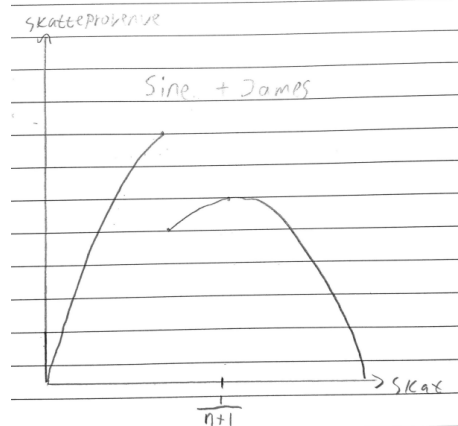
Da det er lig udtrykket givet i uligheden, vil James altså ikke flytte til Danmark, da hans nytte ikke er stor nok pga. for meget beskatning.

2.3



Her ses det, at James' kurve stopper på et tidspunkt, da ved det punkt er skatten for høj, til han gider bo i Danmark.

Skatteprovenuet for James og Sine samlet:



Her ses summen af Patricias og James' skatteprovenu, men ved det punkt hvor James' ikke længere ønsker at bo i Danmark, er det kun Patricias skatteprovenu som står tilbage, da James ikke længere betaler skat i Danmark.

2.4

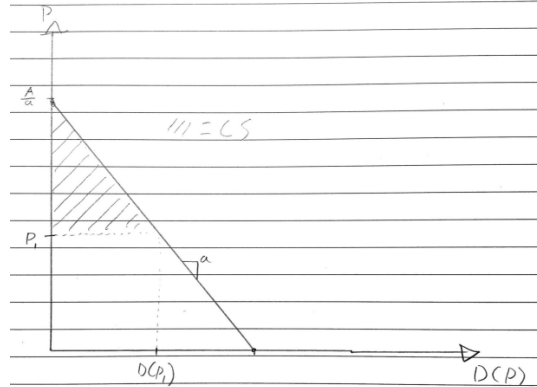
For at maksimere skatteprovenuet bør skatten for James og Patricia ligge i deres toppunkt, men da de har forskellige toppunkter vil det være nødvendigt med en differentieret skattesats. Dvs. Patricia skal betale $\frac{1}{\eta+1}$ i skat og James skal betale den højeste skat som stadig ville få ham til at flytte til Danmark.

Opgave 3

3.1

$$D(p) = q = A - ap$$

Det ses, at CS må være trekanten skraveret på figuren under



Derfra kan CS udregnes ved:

$$CS = D(p) \cdot \left(\frac{A}{a} - p\right) \cdot \frac{1}{2} = (A - ap) \left(\frac{A}{a} - p\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{A^2}{a} - 2Ap + ap^2\right) \frac{1}{2}$$

Consumer surplus er $\left(\frac{A^2}{a} - 2Ap + ap^2\right) \frac{1}{2}$

3.2

$$\frac{\partial CS}{\partial p} = -A + ap$$

Dvs. jo større en p , desto hurtigere stiger CS. Hvilket også kan fortolkes som hældningen efterspørgselsfunktionen.

3.3

Beregner CS ved skat t (CS_t), ved at sætte $(p + t)$ ind for p :

$$\left(\frac{A^2}{a} - 2A(p + t) + a(p + t)^2\right) \frac{1}{2}$$

Finder herefter differencen mellem CS og CS_t for at bestemme tabet:

$$CS - CS_t = \left(\frac{A^2}{a} - 2Ap + ap^2\right) \frac{1}{2} - \left(\left(\frac{A^2}{a} - 2A(p + t) + a(p + t)^2\right) \frac{1}{2}\right) = \frac{-at^2 + At - 2apt}{2}$$

Dvs. når der bliver pålagt en skat t , vil CS falde med $\frac{-at^2 + At - 2apt}{2}$.

3.4

DWL kan udregnes ved

$$DWL = \frac{1}{2} \Delta p \cdot \Delta q \iff DWL = \frac{1}{2} (p + t - p) \cdot (q - q_t)$$

Indsætter $A - ap$ for q og $A - a(t + p)$ for q_t :

$$DWL = \frac{1}{2} (p + t - p) \cdot (A - ap - (A - a(t + p))) = \frac{t(at)}{2} = \frac{at^2}{2}$$

Dvs. der er et DWL på $\frac{at^2}{2}$ ved en skat t .

3.5

Skatteindtægterne svarer til tabet af CS, dvs. $\frac{-at^2 + At - 2apt}{2}$, som blev bestemt i 3.3, og DWL blev bestemt i 3.4 til $\frac{at^2}{2}$ forholdet er derfor:

$$\frac{DWL}{CS - CS_t} = \frac{\frac{at^2}{2}}{\frac{-at^2 + At - 2apt}{2}} = \frac{2at^2}{2(-at^2 + At - 2apt)} = \frac{at^2}{-at^2 + At - 2apt}$$

Det ses, at DWL afhænger positivt af a i tælleren, mens $CS - CS_t$ afhænger negativt af a i nævneren, dvs. jo større a bliver, desto større bliver DWL og desto mindre bliver tabet af CS.