

ØKINTRO

Blok 2 – 2021/2022

Navn: Magnus Goltermann

Hold/instruktor: Hold 8 (Amalie)

Obligatorisk Opgave nr.: 1

Jeg erklærer hermed, at jeg selv har udarbejdet denne besvarelse

3/12-2021
Dato

Magnus Goltermann
Navn

Forbeholdt instruktør:

	Bestået	Ikke-bestået
Første aflevering		
Gen-aflevering		

Øk opgave 1

xzb187

November 2021

1 Opgave 1

En forbruger har en indkomst på 40 og kan forbruge to goder x_1 og x_2 . Priserne på de to er henholdsvis, $p_1 = 2$ og $p_2 = 2$.

1.1

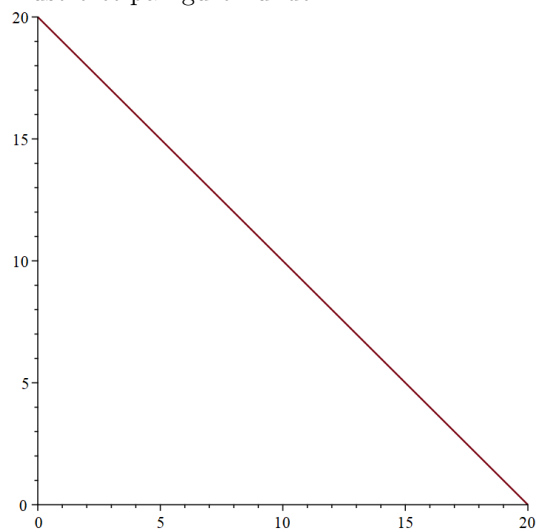
Budgetlinjen har formen

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

Og derved kan budgetbetingelsen opstilles til

$$2x_1 + 2x_2 = 40$$

Illustreret på figuren under.



Budgetbetingelsen ved $p_1 = 2$, $p_2 = 2$ og $m = 40$, hvor x_2 er på anden akse og x_1 på første akse.

1.2

Siden $p_1 = p_2 = 2$ og $m = 40$ kan mængden af henholdsvis gode 1 og 2 beregnes ved

$$x_1 = x_2 = \frac{m}{p_1} = \frac{40}{2} = 20$$

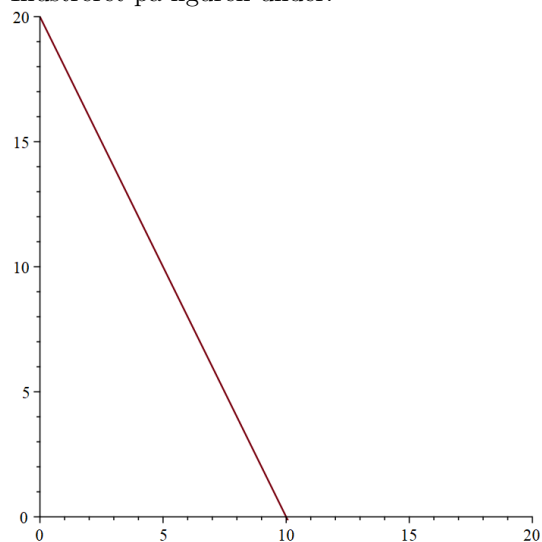
Dvs. forbrugeren kan købe henholdsvis 20 af x_1 eller 20 af x_2 .

1.3

p_1 er nu 4, og derfor er den nye budget betingelse:

$$4x_1 + 2x_2 = 40$$

Illustreret på figuren under.



Budgetbetingelsen ved $p_1 = 4$, $p_2 = 2$ og $m = 40$, hvor x_2 er på anden akse og x_1 på første akse.

2 Opgave 2

Forbruger 1's præferencer er repræsenteret ved nyttefunktionen $u_1(x_1, x_2) = x_1 x_2^3$

2.1

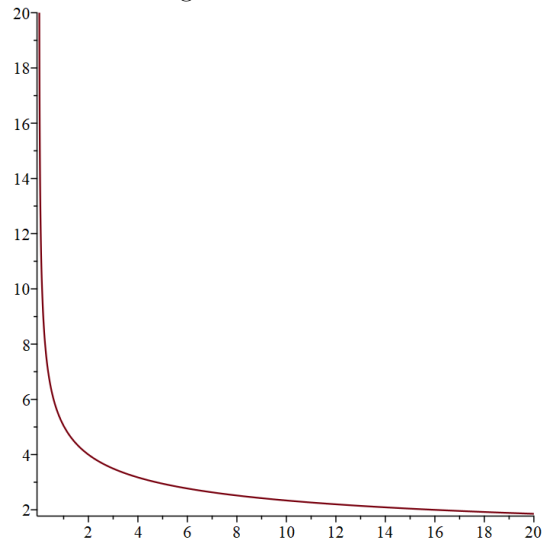
Først kan nytten af bundtet $(2, 4)$ bestemmes:

$$u(2, 4) = 2 \cdot 4^3 = 128$$

Dvs. den mængde af punkter som er indifferent med bundtet $(2, 4)$, må opfylde

$$x_1 x_2^3 = 128$$

Illustreret se figuren under



$x_1 x_2^3 = 128$ plottet, hvor x_2 er på anden akse og x_1 er på første akse. Hvor alle punkter på grafen er indifferent med bundtet $(2, 4)$.

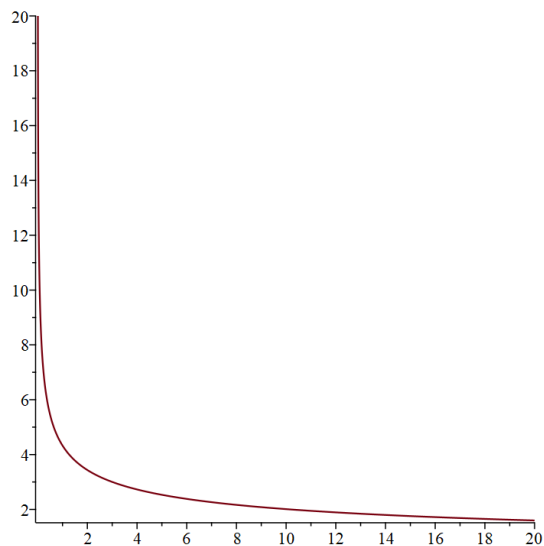
Samme fremgangsmåde kan benyttes med bundtet $(3, 3)$:

$$u(3, 3) = 81$$

Mængden som er indifferent med det, må være

$$x_1 x_2^3 = 81$$

Illustreret på figuren under.



$x_1 x_2^3 = 81$ plottet, hvor x_2 er på anden akse og x_1 er på første akse. Hvor alle punkter på grafen er indifferent med bundet $(3, 3)$.

2.2

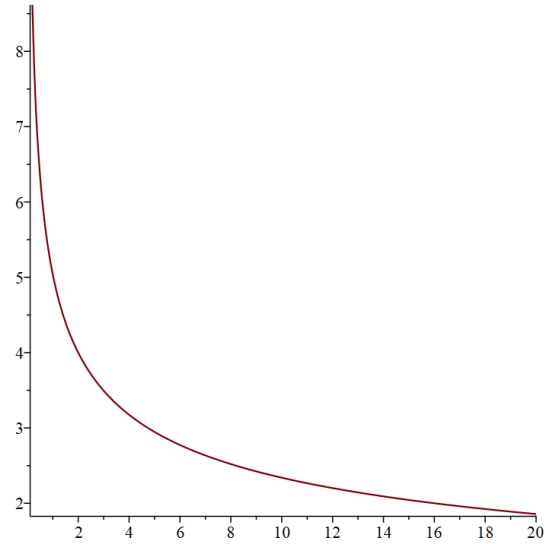
Først kan nytten af bundtet $(2, 4)$ bestemmes ud fra nyttefunktionen $u_2(x_1, x_2) = \ln(x_1) + 3\ln(x_2)$:

$$U_2(2, 4) = \ln(2) + 3\ln(4) = 7\ln(2)$$

Dvs. må de bundter som er indifferent med $(2, 4)$ opfylde

$$\ln(x_1) + 3\ln(x_2) = 7\ln(2)$$

Illustreret på figuren under.



$\ln(x_1) + 3\ln(x_2) = 7\ln(2)$ plottet, hvor x_2 er på anden akslen og x_1 er på første akslen. Hvor alle punkter på grafen er indifferent med bundtet $(2, 4)$.

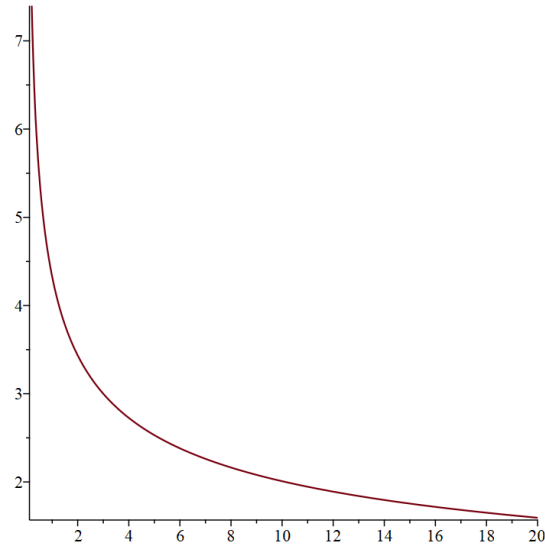
Samme fremgangsmåde kan benyttes med bundtet $(3, 3)$:

$$U_2(3, 3) = \ln(3) + 3\ln(3) = 4\ln(3)$$

De bundter som er indifferent med $(3, 3)$ må opfylde

$$\ln(x_1) + 3\ln(x_2) = 4\ln(3)$$

Illustreret på figuren under.



$\ln(x_1) + 3\ln(x_2) = 4\ln(3)$ plottet, hvor x_2 er på anden akse og x_1 er på første akse. Hvor alle punkter på grafen er indifferent med bundet $(3, 3)$.

2.3

For at sammenligne de to forbrugeres præferencer, kan deres MRS sammenlignes:

For forbruger 1:

$$\begin{aligned} MRS &= -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} \\ \frac{\partial u}{\partial x_1} &= x_2^3 \\ \frac{\partial u}{\partial x_1} &= 3x_1x_2^2 \\ MRS &= -\frac{x_2^3}{3x_1x_2^2} = -\frac{x_2}{3x_1} \end{aligned}$$

For forbruger 2:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_2} &= \frac{1}{x_1} \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} &= \frac{1}{x_2} = \frac{3}{x_2} \\ MRS &= -\frac{\frac{1}{x_1}}{\frac{3}{x_2}} = -\frac{x_2}{3x_1} \end{aligned}$$

Her ses det, at forbrugerne har samme MRS, og derfor samme præferencer og altså samme nyttefunktion:

$$u_1 = u_2$$

Og de er derfor også monotone transformationer af hinanden.

2.4

Hvis en funktion er streng konveks, så må $x_2''(x_1) \geq 0$, så først skal efterspørgselsfunktionen bestemmes ved brug af lagrange:

$$\begin{aligned} L &= x_1x_2^3 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m) \\ \frac{\partial L}{\partial x_1} &= x_2^3 - \lambda p_1 = 0 \iff \lambda = \frac{x_2^3}{p_1} \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= 3x_1x_2^2 - \lambda p_2 = 0 \iff \lambda = \frac{3x_1x_2^2}{p_2} \\ \frac{x_2^3}{p_1} &= \frac{3x_1x_2^2}{p_2} \iff x_1 = \frac{x_2p_2}{3p_1} \end{aligned}$$

$$p_1\left(\frac{x_2 p_2}{3p_1}\right) + p_2 x_2 = m \iff x_2 = \frac{3m}{4p_2}$$

Herefter kan den aflededes 2 gange ift. x_1

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial x_1^2} = 0$$

da den dobbeltafledede er 0, må den være streng konveks, og derfor også konveks. I foregående opgave viste det sig, at $u_1 = u_2$ og derfor er de begge strengt konvekse.

2.5

Først udledes MRS for forbruger 3, som har nyttefunktionen

$$v(x_1, x_2) = g(x_1 x_2^3)$$

dette kan gøres, da det vides at

$$MRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$

hvor

$$\frac{\partial v}{\partial x_1} = \frac{\partial g}{\partial u} \cdot x_2^3$$

og

$$\frac{\partial v}{\partial x_2} = \frac{\partial g}{\partial u} \cdot 3x_1 x_2^2$$

Dvs.

$$MRS = -\frac{\frac{\partial g}{\partial u} \cdot x_2^3}{\frac{\partial g}{\partial u} \cdot 3x_1 x_2^2} = -\frac{x_2^3}{3x_1 x_2^2} = -\frac{x_2}{3x_1}$$

På samme måde kan MRS beregnes for forbruger 1:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2^3$$

og

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = 3x_1 x_2^2$$

$$MRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{x_2^3}{3x_1 x_2^2} = -\frac{x_2}{3x_1}$$

Her ses det, at de to forbrugere har samme MRS ift. deres præferencer, og må derfor have samme præferencer i og med de begge også er strengt monotone.

3 Opgave 3

3.1

Forbrugerens præferencer er monoton da

$$u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x_1} \sqrt{x_2} < u((x_1 + n), (x_2 + m)) = \sqrt{(x_1 + n)} \sqrt{(x_2 + m)}$$

Hvor $n > 0$ og $m > 0$. Dvs. når enten x_1 eller x_2 forøges, så må u også forøges.

Ydermere vides også, da Cobb-Douglas præferencer altid er monotone.

Som tidligere, vides det at $f''(x_1) \geq 0$ hvis den er streng konveks: Først bestemmes efterspørgselsfunktionen x_1 ved brug af lagrange:

$$L = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} - \lambda(x_1 p_1 + x_2 p_2 - m)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{x_2^{\frac{1}{2}}}{2x_1^{\frac{1}{2}}} - \lambda p_1 = 0 \iff \lambda = \frac{x_2^{\frac{1}{2}}}{2x_1^{\frac{1}{2}} p_1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{x_1^{\frac{1}{2}}}{2x_2^{\frac{1}{2}}} - \lambda p_2 = 0 \iff \lambda = \frac{x_1^{\frac{1}{2}}}{2x_2^{\frac{1}{2}} p_2}$$

$$\frac{x_2^{\frac{1}{2}}}{2x_1^{\frac{1}{2}} p_1} = \frac{x_1^{\frac{1}{2}}}{2x_2^{\frac{1}{2}} p_2} \iff x_2 = \frac{x_1 p_1}{p_2}$$

Sætter $x_2 = \frac{x_1 p_1}{p_2}$ ind i budgetbetingelsen

$$x_1 p_1 + \left(\frac{x_1 p_1}{p_2}\right) p_2 = m$$

Hvorefter x_1 kan isoleres for at lave efterspørgselsfunktionen:

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

Herefter kan den dobbeltafledede bestemmes:

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial x_2^2} = 0$$

Da det er lig 0, må den være streng konveks, og derfor også konveks.

3.2

Benytter efterspørgselsfunktionen beregnet tidligere ved brug af lagrange, til at bestemme henholdsvis om gode 1 er et normalt/inferiørt, giffen/ordinært og om de er henholdsvis substituter eller komplementær:

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{1}{2p_1}$$

Da $\frac{1}{2p_1} > 0$, må gode 1 være et normalt gode.

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = -\frac{m}{2p_1^2}$$

Da $-\frac{m}{2p_1^2} < 0$, må gode 1 et ordinært gode.

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = 0$$

da $\frac{\partial x_1}{\partial p_2}$ hverken er under eller over 0, må den hverken være komplementær eller substitut med x_2

3.3

Når der pålægges en stykskat så falder den totale nytte, da forbrugeren fortsat køber samme mængde gode 2, men mindre af gode 1. $p_1 = p_2 = 1$ og $m = 32$ ydermere pålægges stykskat $t = 3$ på gode 1, dette kan opskrives til budgetlinjen

$$x_1 \cdot 4 + x_2 = 32$$

Dette vil være bibetingelsen til nyttefunktionen

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$$

Hvor vi skal bestemme x_1 og x_2 der opfylder den største nytte ved brug af lagrange metoden:

Opstil lagrange ligningen:

$$L = \sqrt{x_1 x_2} - \lambda(x_1 \cdot 4 + x_2 - 32)$$

Differentierer ift. x_1 og isolerer λ :

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{x_2}{2\sqrt{x_1 x_2}} - \lambda = 0 \iff \lambda = \frac{x_2}{2\sqrt{x_1 x_2}}$$

Differentierer ift. x_2 og isolerer λ :

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{x_1}{2\sqrt{x_1 x_2}} - \lambda = 0 \iff \lambda = \frac{x_1}{2\sqrt{x_1 x_2}}$$

Herefter kan de to udtryk sættes lig hinanden:

$$\frac{x_2}{2\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{x_1}{2\sqrt{x_1 x_2}}$$

Herefter kan x_2 isoleres og indsættes i budgetlinjen:

$$x_2 = 4x_1$$

$$x_1 \cdot 4 + 4x_1 = 32$$

Hvorefter x_1 kan isoleres:

$$x_1 = 4$$

Dvs. forbrugeren køber 4 enheder af gode 1, hvilket giver $4 \cdot 3 = 12$ betalt i skat.

3.4

Nytten ved en stykskat hvor forbrugeren køber 4 gode 1 og 16 gode 2:

$$u(4, 16) = \sqrt{4 \cdot 16} = 8$$

Hvis prisen for gode 1 og 2 er den samme, vil forbrugeren købe samme antal af dem, dvs. $x_1 = x_2$. Dvs. vi skal bestemme x_1 , så nytten er 8:

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2} = \sqrt{x_1 x_1} = x_1 = 8$$

Dvs. forbrugeren vil købe 8 af gode 1 og 8 af gode 2, herefter kan T bestemmes:

$$8 + 8 = 32 - T \iff T = 16$$

Dvs. hvis skatten blev ændret til indkomstskat, vil de kunne få 4 mere i skatteindtægt, mens forbrugeren forblev indifferent. Dvs. det ville foretrækkes fra statens side at benytte indkomstskat frem for stykstak, da det giver mere i skatteindtægt mens forbrugeren forblev indifferent.