

# LinAlg kogebog 2

xzb187

June 2022

## 1 Ortogonal komplement, ortogonal projektion og Gram-Schmidt

### 1.1 Ortogonal matrix

En ortogonal matrix er en matrix, hvor alle søjle vektorenes prikprodukt er indbyrdes 0, og altså er vinkelrette.

En ortogonal matrices invers er den transponerede.

### 1.2 Basis for $\mathcal{U}$

Bestem blot  $\text{col}(A)$

### 1.3 Ortogonale komplement

Bestemt blot  $\text{null}(A^T)$

### 1.4 Ortonormal basis

Bestemmes ved brug af Gram-Schmidt

### 1.5 Ortogonal projektion

Benyt definition 4.12, men husk der er en simpel version under, hvis vektorerne kommer fra en ortonormal basis.

### 1.6 Projektion-, spejling- og komponentmatricerne

Bestem via formel på side 69 i samlet slide dokument (HUSK skal være ortonormale, ellers normaliser vektorerne først).

Hvis det blot er fra span af en vektor, så benyt evt. formel på s. 59.

## 1.7 Opskriv vektor som en sum

fx skriv

$$v = x + y$$

Hvor  $v$  er vektoren givet i opgaven,  $x$  er en del af underrummet og  $y$  er en del af det ortogonale komplement til underrummet.

Her sættes  $x$  til  $\text{proj}(v)$  og  $y = v - x$

## 2 Determinanter

### 2.1 3x3

Brug krydsmetoden

### 2.2 2x2

Den gange den, minus den gange den.

### 2.3 Større matricer

#### 2.3.1 Udvikle efter søjle/række

Tag den generelle formel for determinant, men benyt en anden end første søjle til at udvikle efter. Vælg den søjle/række med flest 0'er i.

#### 2.3.2 Diagonalen

Hvis matricen, ved brug af rækkeoperationer (husk den ændrer sig, se regler på s. 78), kan fås på øvre eller nedre trekantsform, så er determinanten blot produktet af diagonalen.

### 2.4 Sammensatte determinanter

Hvis der skal bestemmes determinanten af et produkt af matricer og tal, så husk regneregler på s. 78 og 79 til at "skille den ad".

### 2.5 Invers

Determinanten af  $A^{-1}$  er blot  $\frac{1}{\det(A)}$

### 2.6 Transponeret

Determinanten af  $A$  transponeret er det samme som til  $A$ :  $\det(A) = \det(A^T)$

### 3 Egenverdier, egenvektorer og diagonalisering

#### 3.1 Om en vektor er en egenvektor for en matrice

Hvis der findes en  $\lambda$ , så  $Ax = \lambda x$ , så er  $x$  en egenvektor med egenverdi  $\lambda$

#### 3.2 Bestem $A^n$

Benyt formel på s. 90

#### 3.3 Bestem egenverdier

Bestem karakteristisk polynomie, set det lig 0 og løs for  $\lambda$ .

#### 3.4 Bestem egenvektorer

Løs systemmet  $(A - \lambda I)x = 0$  (se s. 83) for hver egenverdi. Løsningen til det system er en egenvektor.

#### 3.5 Diagonaliser

Lav en matrice med egenverdier på diagonale. Hvis en egenverdi var en dobbeltrod i det karakteristiske polynomie, skal den gentages 2 gange, osv. for en trippelrod.

##### 3.5.1 P

P består af egenrum, hvor egenrummet står på samme søjle som dens tilhørende egenverdi i D.

##### 3.5.2 Egenrum

Løs  $E_\lambda = \text{null}(A - \lambda I)$  for hver egenverdi.